Statistik

- Grundlagen der deskriptiven Statistik
- Tabellarische und graphische Darstellung
- Lageparameter
- Streuungsparameter
- Zusammenhangsmaße
- Prognosemodelle

Grundlagen der deskriptiven Statistik

Grundbegriffe

Merkmalsträger - Objekte, über die Daten vorliegen
Grundgesamtheit - Alle potentiellen Merkmalsträger
Merkmal - Beobachtete Eigenschaft
Merkmalsausprägung - Möglicher Wert
Wertebereich - Gesamtheit aller realisierten Werte

Merkmalsausprägungen

Nominal - Kann man nicht ordnen
Ordinal - Rangfolge
Metrisch - Maßeinheit

Diskret - Nur bestimmte Ausprägungen
Stetig - Alle möglichen innerhalb eines Intervalls

Metrische Daten können **intervallskaliert** wie bei Grad Celsius oder **verhältnisskaliert** wie bei Grad Kelvin sein.
Besondere Vorsicht ist geboten, wenn nominale Werte **codiert** werden oder wenn stetige Merkmale künstlich **diskretisiert** werden.

Tabellarische und graphische Darstellung

Man kann für ein Merkmal die absolute Häufigkeit und die relative Häufigkeit (%) messen. Die absolute Häufigkeit liefert dabei auch die Größe der Stichprobe. Mit den relativen Häufigkeiten lassen sich besser Vergleiche anstellen.
Stetige Merkmale sollten zu Klassen zusammengefasst werden.

Absolute Häufigkeit

	M	W	Summe
WI	23	7	30
BW	12	11	23
Summe	35	18	53

Relative Häufigkeit

	M	W	Summe
WI	0,43	0,13	0,57
BW	0,23	0,21	0,43
Summe	0,66	0,34	1

Randverteilung

Bedingte Häufigkeit

→ Ein Merkmal fixieren

	M	W	Summe
WI	0,77	0,23	1
BW	0,52	0,48	1

Wenn die bedingten Merkmalsausprägungen mit den Randverteilungen übereinstimmen, sind sie unabhängig.

Die Unabhängigkeit wird eigentlich nie vollständig erreicht.

Lageparameter

Arithmetisches Mittel

$$\bar{x} = \frac{Summe\ aller\ Werte}{Anzahl}$$

→ Sehr Ausreißer anfällig

Median

Wert, der Reihe in zwei Teile zerlegt

$x_1\ \ x_2\ \ x_3\ \ x_4\ \ \ x_5$

$x_1\ \ x_2\ \ x_3\ \ x_4 \quad \rightarrow \quad (x_2 + x_3) : 2$

→ relativ unempfindlich gegenüber Ausreißern

Modus

Häufigster Wert
→ Ausreißer robust

***Nominal**: Modus*
***Ordinal**: Modus, Median*
***Metrisch**: Modus, Median, Mittelwert*

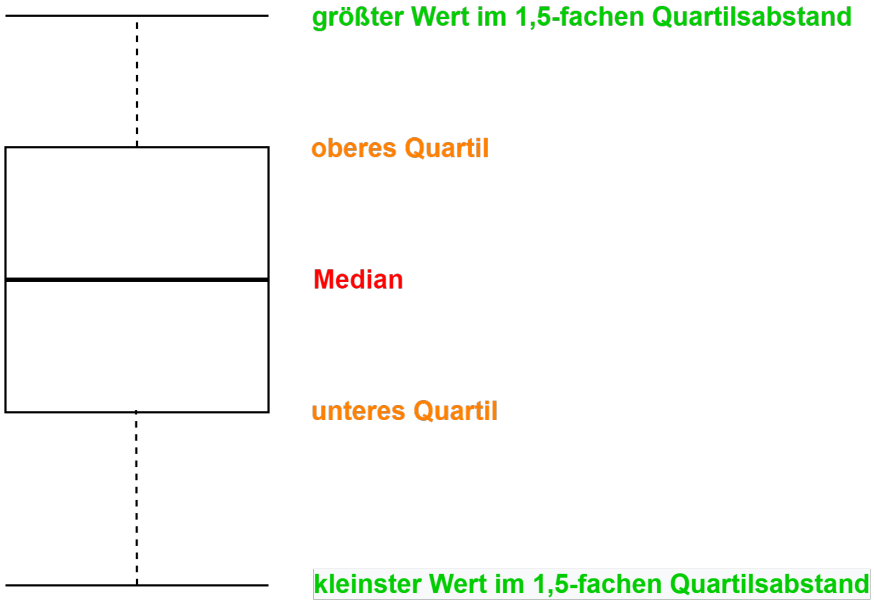
Perzentile

→ Schneidet Werte in zwei Teile
50-50 → Median
25-75 → Unteres Quartil
75-25 → Oberes Quartil

Der Boxplot

→ Graphische Darstellung der Verteilung

- ○ Ausreißer
- ○ Ausreißer



- ○ Ausreißer

Das geometrische Mittel

$$\bar{x} = \sqrt[n]{x_1 \cdot x_2 \dots x_n}$$

Mit x_1 = Wachstumsfaktor, z.B. 1,05 bei 5% Zunahme oder 0,95 bei Abnahme

Streuungsparameter

Die Streuung der Werte gibt die Abweichungen vom Mittelwert an.
Für nominal skalierte Werte gibt es kein Streuungsmaß.

Spannweite

$$S = \text{größter Wert} - \text{kleinster Wert}$$

→ extrem empfindlich bei Ausreißern

Quartilsabstand

$$Q = \text{Oberes Quartil} - \text{Unteres Quartil}$$

Mittlere absolute Abweichung

$$M = \frac{\text{Summe (Beobachtungswert} - \text{Mittelwert)}}{\text{Anzahl}}$$

→ kein Vergleich verschiedener Merkmale möglich

Varianz

$$s^2 = \frac{\text{Summe (Beobachtungswert} - \text{Mittelwert)}^2}{\text{Anzahl}}$$

→ schwer zu interpretieren
→ kein Vergleich verschiedener Merkmale

Standardabweichung

$$s = \sqrt{s^2} \quad \text{mit } s^2 = \text{Varianz}$$

→ gut zu interpretieren
→ kein Vergleich verschiedener Merkmale

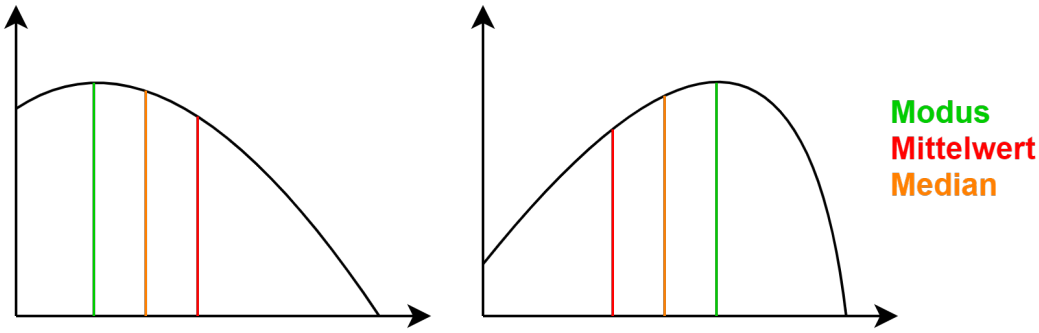
Variationskoeffizient

$v = \frac{s}{x}$ mit $s = Standardabweichung$ und $\overline{x} = Mittelwert$

→ relatives Maß
→ Vergleich verschiedener Merkmale möglich

Schiefe

rechts links



Zusammenhangsmaße

→ Stärke und Richtung des statistischen Zusammenhangs

Nominale Daten

Chi Quadrat

Relative Häufigkeit

	M	W	Summe
WI	0,43	0,13	0,57
BW	0,23	0,21	0,43
Summe	0,66	0,34	1

Erwartete relative Häufigkeit

	M	W	Summe
WI	0,37	0,19	0,56
BW	0,29	0,15	0,44
Summe	0,66	0,34	1

0,66 * 0,56 = 0,37

$$Chi - Quadrat = N \cdot \left[\frac{(0,43 - 0,37)^2}{0,37} + \frac{(0,23 - 0,29)^2}{0,29} \right]$$

Cramers V

$$v = \sqrt{\frac{Chi - Quadrat}{N(\min(s,t) - 1)}}$$

→ $N \cdot (höchste\ Anzahl\ Merkmalsauspägung - 1)$

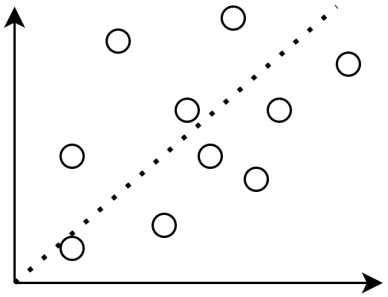
$$v = \sqrt{\frac{3,4291}{53(2 - 1)}} = 0,2542$$

Bis 0,2 schwach
Bis 0,6 mittel
Bis 1,0 stark

Metrische Daten

Streudiagramm

→ graphische Darstellung
→ Je näher einer Gerade, desto stärker



Kovarianz

$$S_{xy} = \frac{(x - \bar{x})(y - \bar{y})}{N}$$

→ nicht gut interpretierbar

Korrelationskoeffizient

$$r = \frac{S_{xy}}{S_x S_y} \qquad mit\ S_{xy} = Kovarianz;\ S_x = Standardabweichung$$

$-1 \leq r \leq -0{,}6$	Starker negativer Zusammenhang
$-0{,}6 < r \leq -0{,}2$	Mittlerer negativer Zusammenhang
$-0{,}2 < r < 0$	Schwacher negativer Zusammenhang
$0 < r \leq 0{,}2$	Schwacher positiver Zusammenhang
$0{,}2 < r \leq 0{,}6$	Mittlerer positiver Zusammenhang
$0{,}6 < r \leq 1$	Starker positiver Zusammenhang

Ordinale Daten

Rangkorrelationskoeffizient nach Spearman

Zunächst werden Rangzahlen verteilt. Bei mehreren gleichen Ausprägungen bekommen diese Daten das arithmetische Mittel der Ränge.

$$r_{SP} = \frac{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(u_i - \bar{u})(v_i - \bar{v})}{S_u S_v}$$

Wobei *u = Rang x* und *y = Rang y*

Prognosemodelle

Die Analyse statistischer Daten dient zur Vorhersage beobachteter Tatbestände.
Der vom Modell erklärte Teil sollte dabei anteilig groß sein.

$y = b_1 x + b_2$

$b_2 = \frac{S_{xy}}{S_x{}^2}$ Mit $S_{xy} = Kovarianz$ und $S_x{}^2 = Varianz\ (x)$

$b_2 = \bar{y} - b_1 \bar{x}$

Das Bestimmungsmaß B gibt an, ob eine Prognose verwendet werden sollte, je näher an 1 desto besser (Anteil Varianz)

$B = x^2$ mit $r = Korrelationskoeffizient$